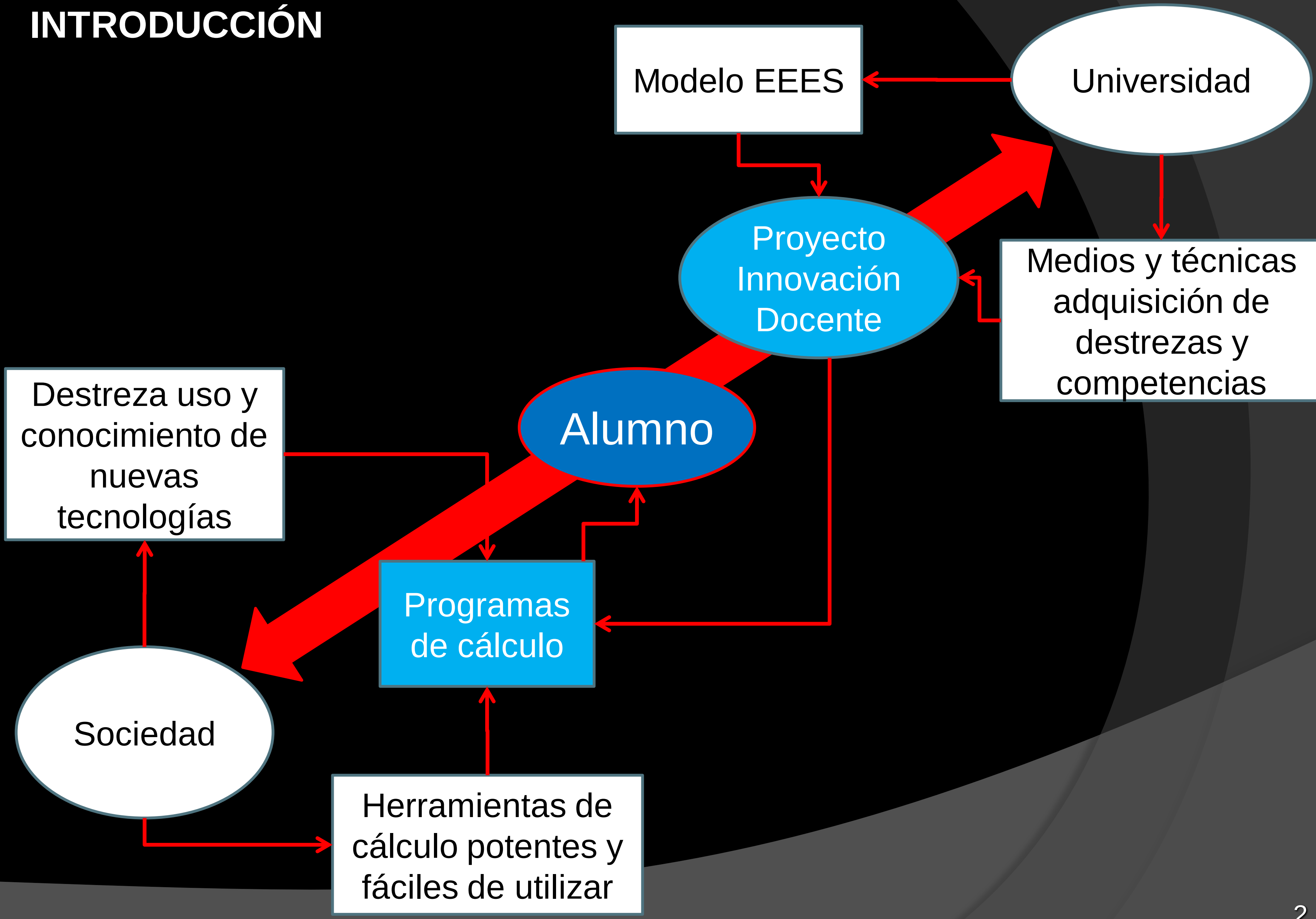
MATHCAD COMO HERRAMIENTA DE APRENDIZAJE EN LA INGENIERÍA QUÍMICA

A. Sánchez Mirón, M. C. Cerón García, F. García Camacho, L. Esteban Cerdán, P. A. González Moreno

Departamento de Ingeniería Química
Universidad de Almería

CIDIQ
I Congreso de Innovación Docente en Ingeniería Química

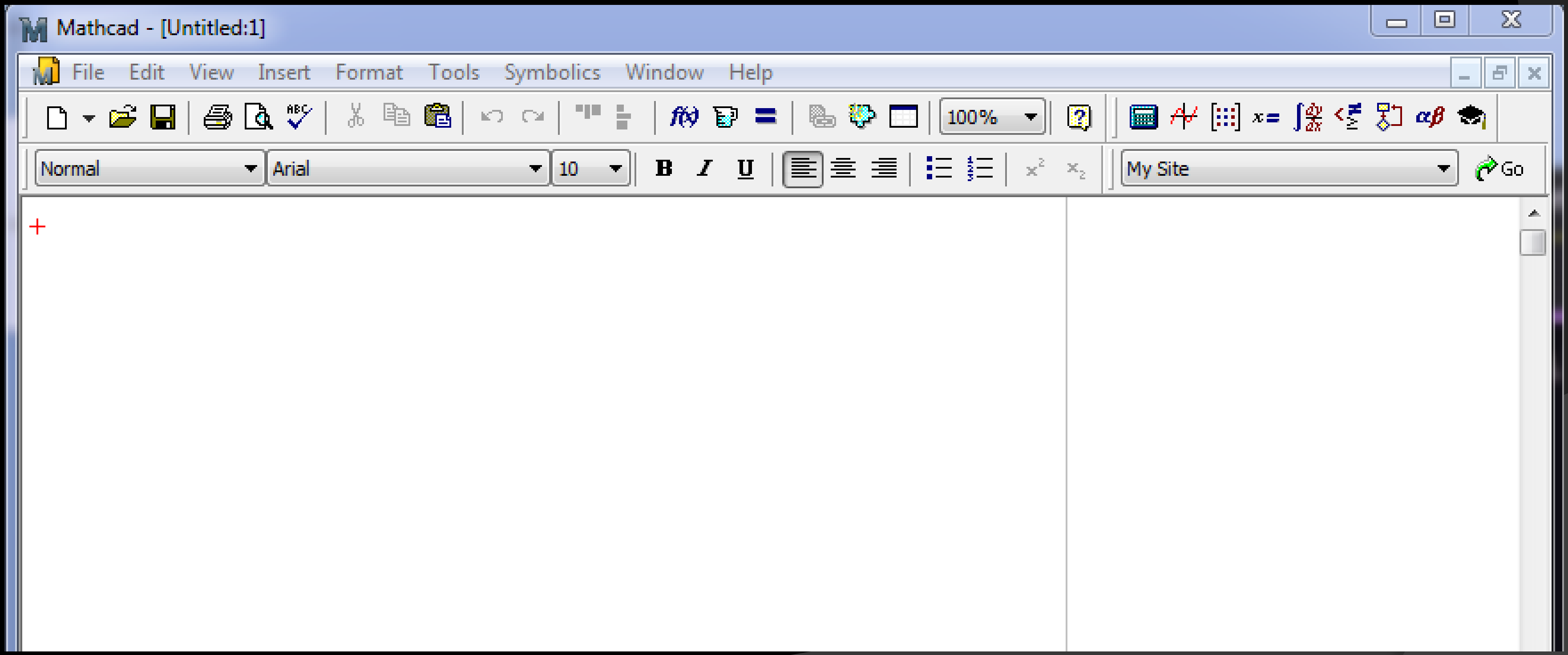
INTRODUCCIÓN



¿Qué programa elegir?

Programas: Mathcad, Polymath, Mathematica, Maple, Matlab, ...

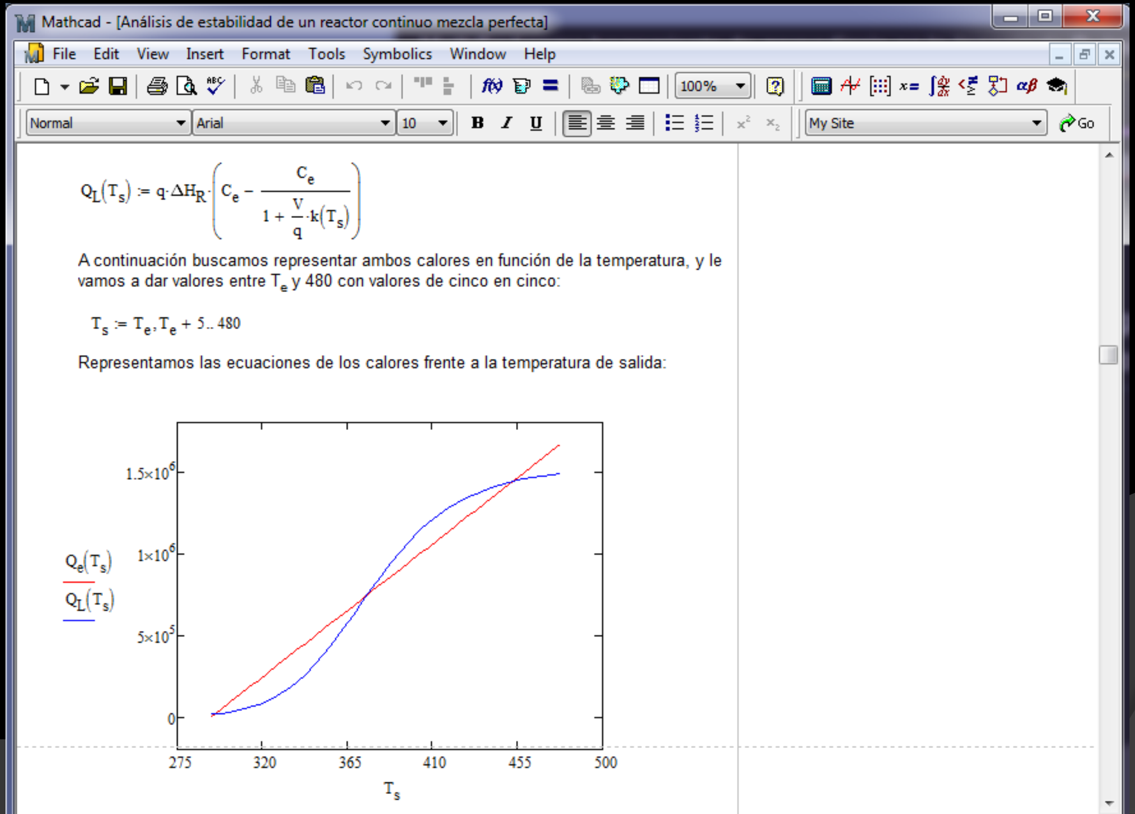
- Mayor facilidad de uso:
  - Interface de usuario tipo Windows



¿Qué programa elegir?

Programas: Mathcad, Polymath, Mathematica, Maple, Matlab, ...

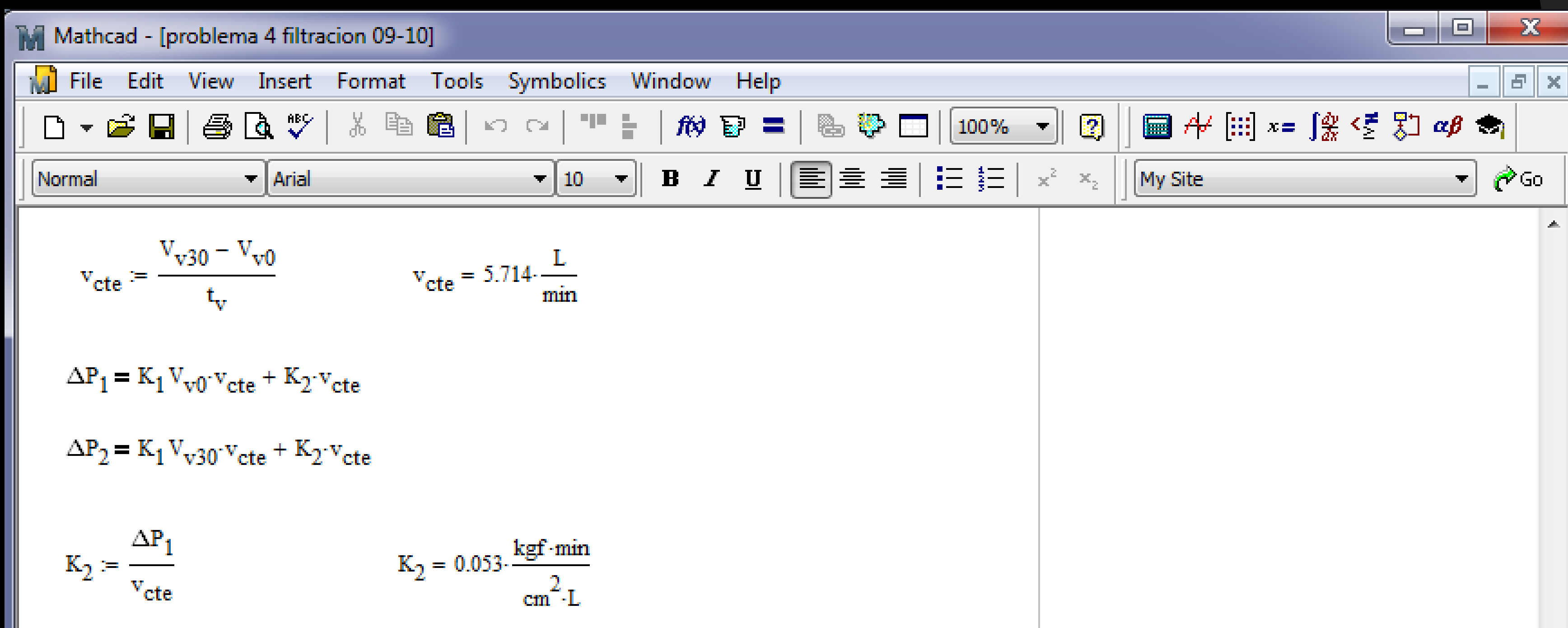
- Mayor facilidad de uso:
  - Interfaz visual muy "amigable" tipo bloc de notas, integra notación matemática estándar, texto y gráficos en única hoja de cálculo



¿Qué programa elegir?

Programas: Mathcad, Polymath, Mathematica, Maple, Matlab, ...

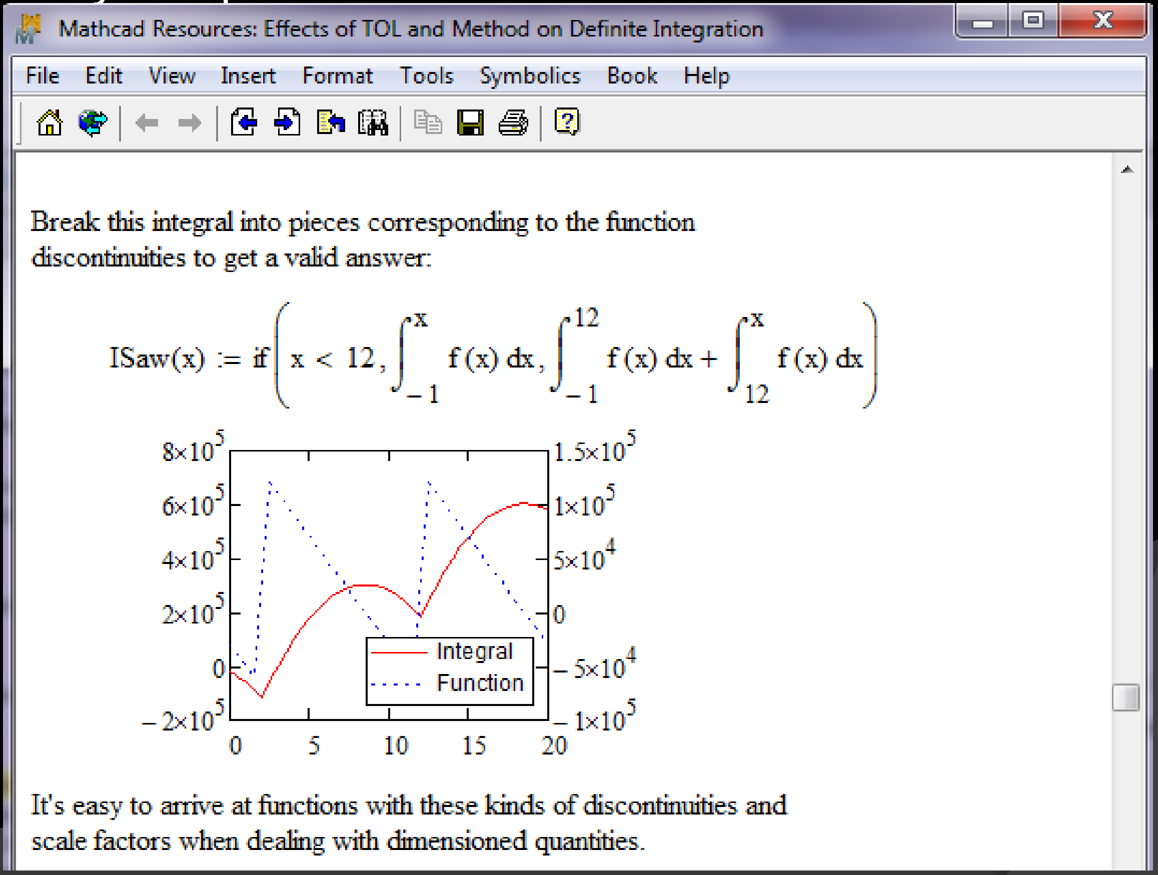
- Mayor facilidad de uso:
  - Sintaxis del programa relativamente simple



¿Qué programa elegir?

Programas: Mathcad, Polymath, Mathematica, Maple, Matlab, ...

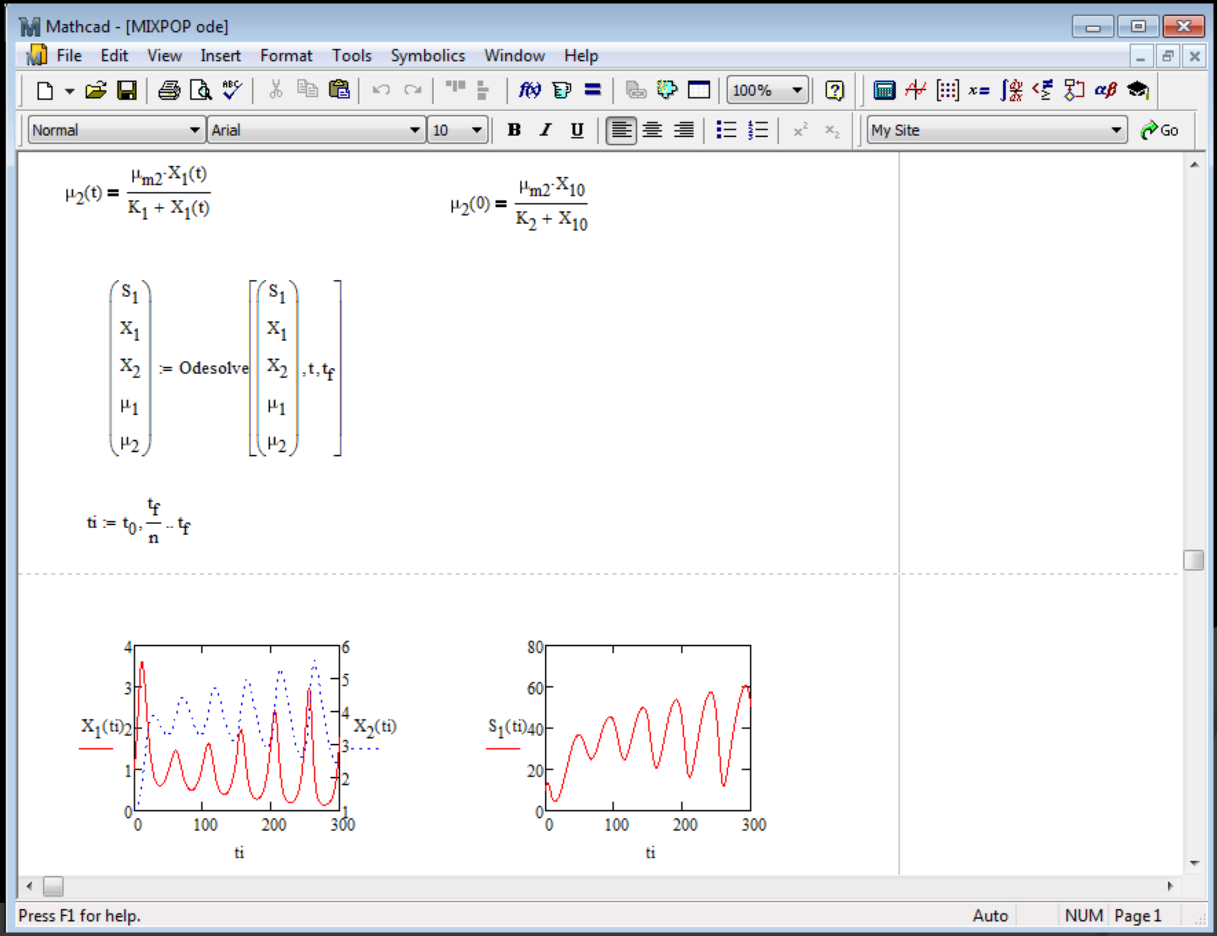
- Mayor facilidad de uso:
  - Gestor de ayudas muy completo



¿Qué programa elegir?

Programas: Mathcad, Polymath, Mathematica, Maple, Matlab, ...

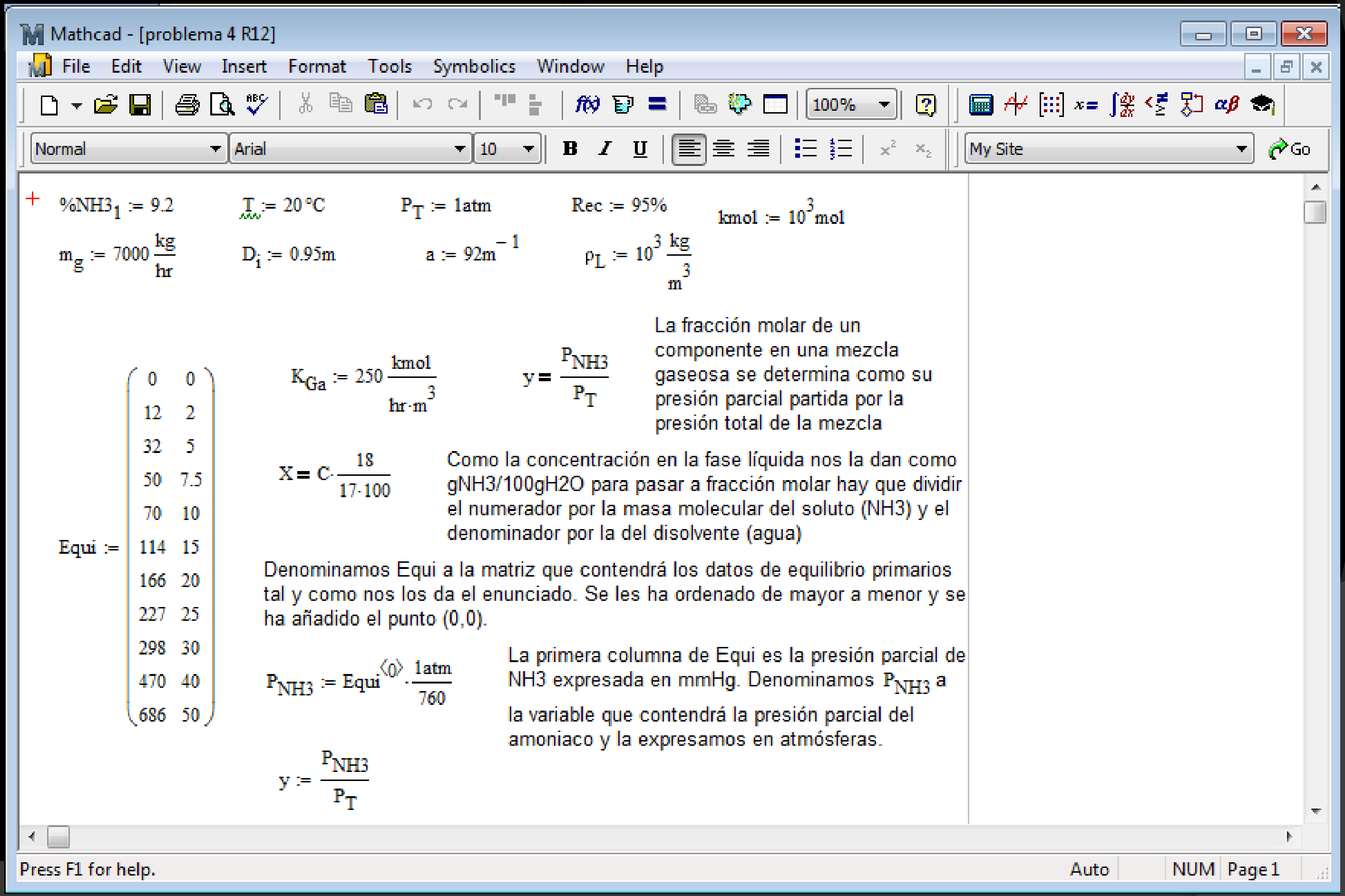
- Alta potencia de cálculo (gran variedad de algoritmos de cálculo numérico implementados)



¿Qué programa elegir?

Programas: Mathcad, Polymath, Mathematica, Maple, Matlab, ...

- Permite trabajar con unidades



¿Qué programa elegir?

Programas: Mathcad, Polymath, Mathematica, Maple, Matlab, ...

- Pequeño tamaño de los archivos generados
- Implementación de ficheros en herramientas de evaluación como el Portafolio Digital

Grabar Nueva carpeta

Nombre	Fecha de modifica...	Tipo	Tamaño
calor no estacionario lamina	09/02/2011 12:41	Mathcad Document	99 KB
conduccion en papalele incrementos fini...	24/03/2010 9:07	Mathcad Document	83 KB
esfera no estacionario	23/03/2010 13:03	Mathcad Document	97 KB
esfera no estacionario dos metodos	08/04/2010 13:56	Mathcad Document	185 KB
Genfit	07/10/2009 13:59	Mathcad Document	85 KB
prob 1 rectif	01/06/2010 10:03	Mathcad Document	83 KB
prob 4 evaporadores 09-10	23/04/2010 15:02	Mathcad Document	98 KB
problema 1 filtracion 09-10	05/03/2010 10:19	Mathcad Document	78 KB
problema 2 filtracion 09-10	08/03/2010 8:33	Mathcad Document	106 KB
Problema 3 R8	25/03/2010 11:41	Mathcad Document	72 KB
Problema 3 relacion evaporadores	30/04/2008 14:20	Mathcad Document	161 KB
problema 4 evaporadores 09-10	26/04/2010 18:22	Mathcad Document	766 KB
problema 4 filtracion 09-10	11/03/2010 14:16	Mathcad Document	72 KB
problema 4 R12	24/05/2010 10:42	Mathcad Document	180 KB
Problema 7 relación sedimentacion centr...	25/02/2010 10:38	Mathcad Document	46 KB
problema 9 relación 3	12/02/2010 14:48	Mathcad Document	238 KB

MATHCAD EN LA INGENIERÍA QUÍMICA

- Grupo Docente 5 Profesores
- Creación de una colección de ejercicios tipo de:
  - Balances de materia y energía
  - Flujo de fluidos
  - Operaciones de transmisión de calor
  - Operaciones de transferencia de materia
  - Operaciones de transporte de cantidad de movimiento
  - Cinética Química Aplicada
  - Ingeniería enzimática
  - Reactores químicos ideales
  - Reactores químicos reales
  - Reactores catalíticos
  - Biorreactores

Título: Cálculo del caudal de circulación de agua por una conducción impulsada por una bomba
Área: Transporte de Cantidad de Movimiento

Objetivo: Utilizar la interpolación y la resolución de ecuaciones no lineales para la determinación del caudal de circulación a partir de la curva de potencia de una bomba centrífuga.

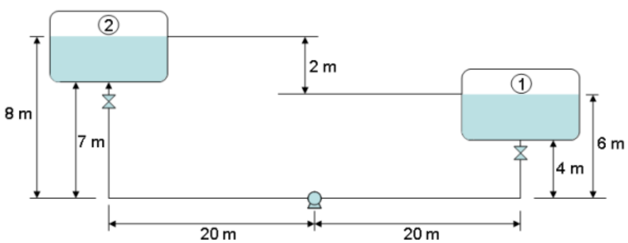
Habilidades: Después de completar el alumno este ejercicio, él será capaz de:

1. determinar la función que interpola datos discretos teóricos.
2. definir vectores utilizando el operador vectorización.
3. utilizar magnitudes con unidades.
4. encontrar la solución a una ecuación no lineal.

Funciones utilizadas:
cspline, interp, Find, genfit, root

ENUNCIADO DEL PROBLEMA

La bomba centrífuga cuyas características se citan a continuación se utiliza para elevar agua ($T = 20$°C) por el sistema de tuberías representado en la figura, compuesto por tubería de 2,5" (catálogo 40) de hierro en la zona de succión y tubería de 2" (catalogo 40) en la zona de impulsión. El motor que acciona es trifásico trabaja a 220 V con un factor de potencia de 0,9. Todas las válvulas de la instalación son de asiento plano y están completamente abiertas. Determinar:
a) El caudal inicial que circula por el sistema de tuberías de la instalación adjunta y
b) La intensidad que consume el motor de la bomba



Capacidad, L·min⁻¹	Altura, m	Rendimiento, %
0,0	36,6	0,0
37,8	36,4	13,0
75,6	35,7	23,5
113,4	34,4	31,6
151,2	32,8	37,5
189,0	30,6	42,2
227,0	28,4	42,5
264,4	25,9	41,7
302,5	23,5	39,5

Etapa 1. Introducir los datos de las curvas características de la bomba. Se podría hacer a través del comando READ("file") si los tuviésemos en un archivo de Excel, por ejemplo, o introducirlos directamente. En este caso, como vamos a utilizar unidades, es preferible el

Datos:

$$Q := \begin{pmatrix} 0 \\ 37.8 \\ 75.6 \\ 113.4 \\ 151.2 \\ 189 \\ 227 \\ 264.4 \\ 302.5 \end{pmatrix} \cdot \frac{L}{min} \qquad \Delta h := \begin{pmatrix} 36.6 \\ 36.4 \\ 35.7 \\ 34.4 \\ 32.8 \\ 30.6 \\ 28.4 \\ 25.9 \\ 23.5 \end{pmatrix} \cdot m \qquad \eta := \begin{pmatrix} 0 \\ 13 \\ 23.5 \\ 31.6 \\ 37.5 \\ 42.2 \\ 42.5 \\ 41.7 \\ 39.5 \end{pmatrix} \%$$

$\cos\phi := 0.9$

$\text{Voltaje} := 220V$

Los datos de la tabla los hemos introducido como tres vectores independientes pues tienen unidades. Si fuesen magnitudes adimensionales se podrían haber introducidos en una única matriz de 3 columnas.

Los diámetros en la conducción de aspiración e impulsión son:

$D_a := 2in \qquad D_i := 1.75in$

El fluido a impulsar es agua, por lo que sus propiedades son:

$\rho := 10^3 \frac{kg}{m^3} \qquad \mu := 1 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{m \cdot s}$

La rugosidad media de los tubos de hierro galvanizado es de: $\varepsilon := 0.15mm$

Las válvulas son de asiento y están completamente abiertas, los codos son de 90º y radio grande, con lo que sus longitudes equivalentes son:

$L_{eqa} := (450 + 22.5) \cdot D_a = 24.003\,m \qquad L_{eqi} := (450 + 22.5) \cdot D_i = 21.003\,m$

La longitud total de tubo (longitud equivalente+longitud de conducción) es de:

$L_{totalasp} := 4m + \frac{40}{2}m + L_{eqa} = 48.003\,m \qquad L_{totalimp} := 7m + \frac{40}{2}m + L_{eqi} = 48.003\,m$

Etapa 2. Planteamos las necesidades de cálculo del problema

Para la resolución de este tipo de problemas es necesario encontrar el punto de corte de la línea de operación de nuestra instalación con la curva característica de la bomba a utilizar. Como los datos de diferencia de altura son discretos hemos de encontrar una función continua que los represente. Esta función la vamos a determinar mediante una interpolación cúbica. Para Mathcad esta función es "interp" y necesita un vector que representa a la curva de interpolación, en este caso al ser cúbica es "cspline".

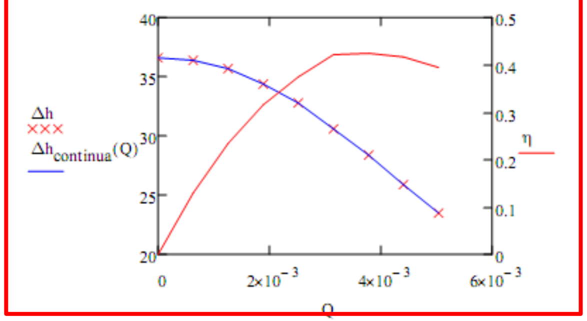
Por tanto, mi variable independiente es Q y mi variable dependiente discreta es Δh.

Etapa 3. Tratamiento de los datos con las funciones incorporadas en Mathcad

$\text{vectint} := \text{cspline}(Q, \Delta h) \qquad \Delta h_{continua}(x) := \text{interp}(\text{vectint}, Q, \Delta h, x)$

Hemos definido, pues, la función "Δhcontinua" que va a depender una variable independiente genérica que hemos llamado "x" que va a interpolar los datos de Δh de la bomba.
En los casos en que sean datos experimentales lo que queremos hacer contínuos sería preferible realizar una regresión utilizando, por ejemplo, la función "genfit".
En este caso como los datos no están muy dispersos de la tendencia se ve en la figura inferior que la curva obtenida para "Δhcontinua" es aceptable.

genérica que hemos llamado "x" que va a interpolar los datos de Δh de la bomba.
En los casos en que sean datos experimentales lo que queremos hacer contínuos sería preferible realizar una regresión utilizando, por ejemplo, la función "genfit".
En este caso como los datos no están muy dispersos de la tendencia se ve en la figura inferior que la curva obtenida para "Δhcontinua" es aceptable.



Etapa 4. Resolución del problema utilizando las herramientas de cálculo de Mathcad

a) Caudal inicial que circula por el sistema de tuberías

Ahora ya estamos en condiciones de comenzar con la resolución del problema.
Como sabes cuando es un fluido incompresible, como el agua, el balance de energía se reduce a la ecuación de Bernuilli, cuya expresión general es la siguiente:

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho \cdot g} + \left(\frac{v_2^2}{2g \cdot \alpha_2} - \frac{v_1^2}{2g \cdot \alpha_1} \right) + (z_2 - z_1) + h_f = W_p = \Delta h$$

El punto 1 lo hemos elegido como la superficie del tanque más bajo en altura y el punto 2 la superficie del tanque más alto. Hay que tener en cuenta que esto es sólo una aproximación puesto que habría que tener en cuenta el diámetro de los mismos para introducir la circulación del agua en ellos. Como la velocidad con la que se mueven los niveles en los mismo es muy baja se comete un error muy pequeño si se suponen las velocidades nulas:

$$v_1 := 0\frac{m}{s} \qquad v_2 := 0\frac{m}{s}$$

Tomando como origen de altura el nivel del agua inicial en el tanque más bajo tendremos:

$$z_2 := 2m \qquad z_1 := 0m$$

Al estar los tanques abiertos a la atmósfera las presiones serán iguales a la atmosférica:

$$P_1 := 1atm \qquad P_2 := 1atm$$

Con lo que la ecuación de Bernuilli, para este diseño, se reduce a:

$$(z_2 - z_1) + h_f = \Delta h, \mathrm{m}$$

Donde hf es la pérdida de carga por fricción en la conducción. Cuya expresión es:

$$h_f = f_D \cdot \frac{L \cdot v^2}{2D \cdot g}$$

Siendo v la velocidad de circulación del agua en las conducciones de aspiración e impulsión de la bomba.

Como sabe, f_D es el factor de fricción que depende del Reynolds y, en régimen turbulento, además de la rugosidad relativa de la conducción.

El problema el cálculo del caudal de circulación y, siendo el agua un fluido incompresible, sabemos que este es el mismo para las dos conducciones de diferentes diámetros. Podríamos intentar calcular las velocidades en ambas conducciones y luego calcular el caudal que circula por cualquiera de ellas, pero la resolución es más sencilla si se utiliza una única incógnita.

Teniendo en cuenta que el número de Reynolds se define como:

$$\mathrm{Re} = \frac{D \cdot v \cdot \rho}{\mu}$$

Y que la relación que existe entre velocidad y caudal es:

$$Q = \frac{\pi \cdot v \cdot D^2}{4} \Rightarrow v = \frac{4Q}{\pi \cdot D^2}$$

El Reynolds para la conducción de aspiración e impulsión quedan:

$$\mathrm{Re_i}(Qc, D_i) := \frac{D_i \cdot 4 \cdot Qc \cdot \rho}{\mu \cdot \pi \cdot D_i^2} \qquad \mathrm{Re_a}(Qc, D_a) := \frac{D_a \cdot 4 \cdot Qc \cdot \rho}{\mu \cdot \pi \cdot D_a^2}$$

Siendo el Reynolds una fución que dependerá del caudal de circulación y del diámetro interno de la conducción.

Una vez conocida la expresión del número de Reynolds en función del caudal habría que determinar la expresión del factor de Darcy para poder determinar las pérdidas de carga en el sistema.

El factor de fricción se puede calcular bien a partir del gráfico de Darcy o bien a partir de la expresión de Colebrook-White que es la que está representada en el gráfico de Darcy para régimen turbulento..

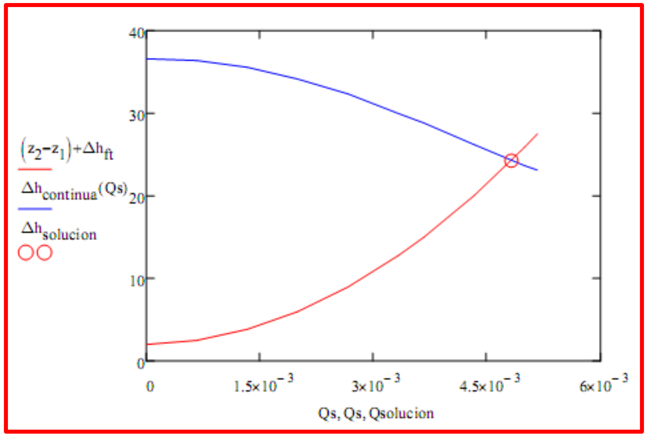
Es expresión es implícita por lo que habrá de hacerse uso de un bloque de resolución cuya solución va a ser la función "fDturbulento" que dependerá del Reynolds, de la rugosidad y del diámetro interno de la conducción.

Definimos un valor arbitrario de partida para la resolución: $f_{Dturb} := 0.1$

Y comenzamos con el bloque de resolución con la palabra clave "Given" o "Dado"

Dado

$$\frac{1}{\sqrt{f_{Dturb}}} = -2 \cdot \log\left(\frac{\frac{\varepsilon}{D}}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re} \cdot \sqrt{f_{Dturb}}} \right)$$ Colebrook-White (1939)



Como puede observar ambas curvas se cortan en el punto ($Qsolucion$, $\Delta h_{solucion}$) representado como un círculo rojo.

Observe que, en este caso, en el eje de abcisas hay tres términos diferentes. Este formato es común cuando tengo tres variables, que pueden ser vectores o series, que tengan distinta longitud. En ese caso para poder representarlas en un mismo gráfico he de separar por "," los vectores abcsisas de cada una de ellas. De esta forma he podido representar un punto er un gráfico en el que estaban representados vectores.

b) Intensidad que consume el motor de la bomba

Como sabe, para una bomba la potencia aplicada el fluido y la consumida están relacionadas por el rendimiento según la ecuación:

$$\eta = \frac{N}{N_b}$$

De donde puede calcularse la potencia al freno (consumida por el motor) si se conocen el rendimiento y la aportada al fluido.

$$N_b = \frac{N}{\eta}, \mathrm{J \cdot s^{-1}}$$

El rendimiento podemos calcularlo de la curva característica de la bomba para el valor $Qsolucion$. Y la potencia aportada con la ecuación:

$$N = g \cdot \Delta h \cdot \dot{m}, \mathrm{J \cdot s^{-1}}$$

Como puede comprobar el valor $Qsolucion$ no aparece en la tabla de la curva característica de la bomba:

$$Qsolucion = 289.329 \cdot \frac{L}{min}$$

Por tanto, para determinar el rendimiento tendremos que realizar una interpolación con los valores del caudal y del rendimiento de la bomba:

$d := \mathrm{cspline}(Q, \eta)$ $\qquad \eta_{continuo}(x) := \mathrm{interp}(d, Q, \eta, x)$

Donde hemos llamado $\eta_{continuo}(x)$ a la función que interpola los datos de la columna de rendimiento de la bomba en función de una variable independite. El valor del rendimiento correspondiente a la solución será pues:

$\eta_{solucion} := \eta_{continuo}(Qsolucion)$ $\qquad \eta_{solucion} = 40.531 \cdot \%$

Al ser el agua un fluido incompresible su caudal másico, necesario para el cálculo de N, se calcula a partir del caudal volumétrico y la densidad:

$m := Qsolucion \cdot \rho$ $\qquad m = 4.822 \frac{kg}{s}$

Con lo que podremos calcular N y N_b:

$N := \Delta h_{solucion} \cdot g \cdot m = 1.147 \times 10^3 \, W$ $\qquad N_b := \frac{N}{\eta_{solucion}} = 2.831 \times 10^3 \, W$

Con el valor de N_b ya podemos calcular la intensidad consumida por el motor de la bomba:

$$N_b = I \cdot V \cdot \cos\phi \qquad I = \frac{N_b}{V \cdot \cos\phi}$$

$$I := \frac{N_b}{Voltaje \cdot \cos\phi} \qquad \boxed{I = 14.297\, A}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1. Realice el ajuste por el método de los mínimos cuadrados de los datos experimentales Δh-Q a un polinomio de grado 2 utilizando la función "genfit".

2. Con polinomio de ajuste de la actividad 1 determine el caudal solución utilizando la función "root".

Conseguir aportar herramientas clave para la resolución y análisis crítico de cualquier problema:

- Definición de variables con y sin unidades
- Cálculo analítico y simbólico
- Manejo distintos tipos gráficos
- Variables de rango
- Cálculos en paralelo: vectorización
- Introducción de series de datos
- Importar datos desde archivos
- Ajuste de dos series de datos a cualquier función
- Derivación simbólica
- Búsqueda de raíces
- Integración numérica
- Integración analítica
- Resolución de sistemas de ecuaciones (en general no lineales)
- Resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales (en general no lineales)
- Resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales parciales

MATHCAD EN LA DOCENCIA

Desarrollar las siguientes competencias:

- Habilidad en el uso de las TIC
- Resolución de problemas
- Trabajo en equipo
- Trabajo de forma autónoma

Implementación Docencia Universitaria en resolución problemas

~~protocolos o “recetas” de cálculo~~

- incrementar comprensión
- favorecer la habilidad para resolver problemas
- acercar la disciplina la vida real
- transmitir pensamiento creativo y participación activa y cooperativa

Asignatura	Estudios	Nº Alumnos	Nº años	Nº Problemas
Ingeniería Química	Lic. Químicas (3º)	15	4	15
Reactores Químicos	Lic. Químicas (2º ciclo)	3	3	2
Diseño de Equipos e Instalaciones	Ingeniero Químico (5º)	15	3	5
Ampliación de Ingeniería de la Reacción Química	Ingeniero Químico (2º Ciclo)	10	8	8
Cinética Química Aplicada	Ingeniero Químico (3º)	15	9	7
Experimentación en transferencia de materia y reactores químicos	Ingeniero Químico (4º)	15	1	1
Operaciones básicas en Ingeniería Química	Grado en Química (2º)	25	1	2
Tecnología de la Fermentación	3º Ingeniero Técnico Agrícola (3º)	20	2	6
Reactores Químicos	Ingeniero Químico (4º)	20	4	12
Biorreacción	Máster Biotecnología Industrial y Agroalimentaria	8	2	12
Fundamentos de Biorreactores	Máster Biotecnología Industrial y Agroalimentaria	16	1	8

OPINIÓN ESTUDIANTES

	Licenciatura		Máster	
	Media	Moda	Media	Moda
1.- La sintaxis de MathCad es sencilla y requiere de relativamente poco aprendizaje	8,0	8,0	6,3	6,0
2.- Valore la utilidad de poder realizar cálculos y gráficos en la misma hoja	9,6	10,0	8,5	10,0
3.- Mejor iniciarse en el uso en los primeros cursos	9,4	10,0	8,8	10,0
4.- Utilidad en cálculos complejos	9,7	10,0	8,5	10,0
5.- Lo puede usar en otras asignaturas	9,3	10,0	8,8	10,0
6.- Utilidad de poder intercambiar archivos con el profesor para su corrección e inserción de comentarios	9,0	9,0	8,8	8,0
7.- Permite resolver problemas de proceso de cálculo largo con relativa facilidad	9,3	10,0	8,2	8,0
8.- El uso de variables con unidades le facilita la búsqueda de errores en el cálculo	8,6	9,0	6,6	6,0
9.- Sin MathCad algunos problemas no podría resolverlos	7,7	10,0	6,8	8,0
10.- Considera el uso de programas como MathCad imprescindibles en las carreras científico-técnicas	9,0	10,0	7,7	6,0
11.- Valore de forma global la utilidad de MathCad en su asignatura	8,6	10,0	8,7	10,0

CONCLUSIONES

Uso de aplicaciones informáticas (MathCad) refuerza

Proceso de enseñanza ⟷ **Proceso de aprendizaje por competencias**

Enseñanza de una mayor variedad de problemas:

- Menor tiempo en la resolución puramente matemática
- Mayor tiempo para la discusión de los resultados

Enseñanza de problemas más complejos:

- Fomentar el pensamiento creativo

Desarrollo de las habilidades necesarias para realizar el tipo de **cálculos que la sociedad demanda** a los profesionales de la Ingeniería Química

GRACIAS

Estados estacionarios

Given

dx/dt=0 $\quad 0 = (D - \mu)\cdot x$ ... del balance de

ds/dt=0 $\quad 0 = D\cdot(So - s) - \left(\frac{\mu}{Yx} + m\right)\cdot x$ ... del balance de

M. Monod: $\quad \mu = \frac{\mu_m \cdot s}{K + s}$

Buscamos ahora la solución simbólica del sistema:

$$\mathrm{Find}(x, s, \mu) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & \frac{D^2\cdot K\cdot Yx + D^2\cdot So\cdot Yx - D\cdot So\cdot Yx\cdot \mu_m}{D^2 - D\cdot\mu_m - Yx\cdot m\cdot\mu_m + D\cdot Yx\cdot m} \\ So & -\frac{D\cdot K}{D - \mu_m} \\ \frac{So\cdot\mu_m}{K + So} & D \end{pmatrix}$$

Biomasa $\quad x(D) := \mathrm{if}\left(D \le D_{critica}, \frac{D^2\cdot K\cdot Yx + D^2\cdot So\cdot Yx - D\cdot So\cdot Yx\cdot\mu_m}{D^2 - D\cdot\mu_m - Yx\cdot m\cdot\mu_m + D\cdot Yx\cdot m}, 0\right)$

Sustrato $\quad s(D) := \mathrm{if}\left(D \le D_{critica}, \frac{D\cdot K}{\mu_m - D}, So\right)$

Productividad de biomasa (Pb) $\quad Pb = D\cdot x$

$$Pb(D) := \mathrm{if}\left(D \le D_{critica}, D\cdot\frac{D^2\cdot K\cdot Yx + D^2\cdot So\cdot Yx - D\cdot So\cdot Yx\cdot\mu_m}{D^2 - D\cdot\mu_m - Yx\cdot m\cdot\mu_m + D\cdot Yx\cdot m}, 0\right)$$

$D := 0, 0.01 .. 1$

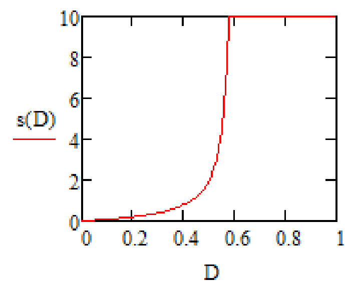


Figura 1

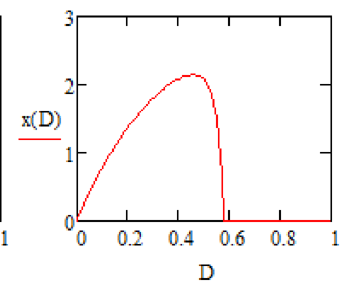


Figura 2

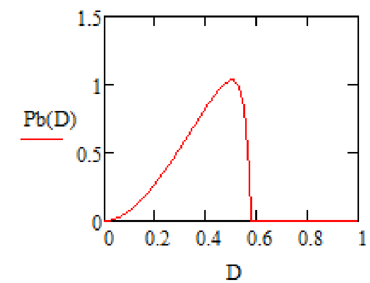
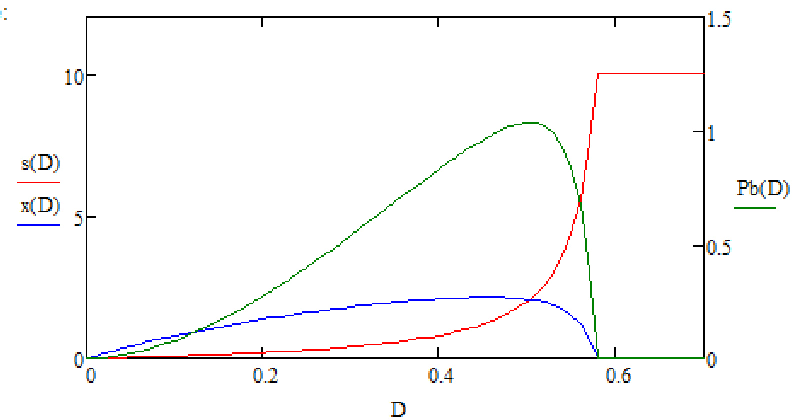


Figura 3

O bien, conjuntamente:



Ya estamos en disposición de dibujar los platos junto a todas las líneas de operación y equilibrio.

$x := 0, 0.01 .. 1$ Definimos una variable x de 100 puntos para poder dibujar las líneas de equilibrio y la diagonal.

$x_{lq} := x_A, x_A + \frac{x_q - x_A}{n} .. x_q$ Definimos una variable x de n puntos para poder dibujar la línea q entre sus valores extremos.

$x_{op} := x_R, x_R + \frac{x_D - x_R}{n} .. x_D$ Definimos una variable x de n puntos para poder dibujar la línea de operación entre sus valores extremos.

$x_{eq} =$

	0
0	0
1	0.019
2	0.072
3	0.097
4	0.124
5	0.166
6	0.234
7	0.261
8	0.327
9	0.397
10	0.508
11	0.52
12	0.573
13	0.676
14	0.747
15	0.894

$y_{eq} =$

	0
0	0
1	0.17
2	0.389
3	0.438
4	0.47
5	0.509
6	0.545
7	0.558
8	0.583
9	0.612
10	0.656
11	0.66
12	0.684
13	0.739
14	0.781
15	0.894

Como puede comprobar en los vectores adjuntos y en la gráfica los valores de las variables está bien asignados